

DOI:10.11918/j.issn.0367-6234.201806036

# 碟形弹簧竖向隔震装置的恢复力模型及其试验验证

王 维<sup>1,2</sup>, 李爱群<sup>2,3</sup>, 王星星<sup>1</sup>, 高尚信<sup>1</sup>

(1. 江苏科技大学 土木工程与建筑学院, 江苏 镇江 212000; 2. 东南大学 土木工程学院, 南京 210096;  
3. 北京建筑大学 北京未来城市设计高精尖创新中心, 北京 100044)

**摘 要:** 为研究碟形弹簧竖向隔震装置(DSI 装置)的恢复力模型,对 DSI 装置的受力机理及变形特征进行深入分析;在此基础上,建立 DSI 装置的原点指向恢复力模型(OO 恢复力模型).此外,对典型 DSI 装置进行往复荷载作用下的力学性能试验,分析其荷载-位移滞回曲线特征,并利用试验结果对 OO 恢复力模型的有效性进行验证.研究表明:OO 恢复力模型具有典型的非对称性特征,摩擦力对其恢复力特性影响较大;往复荷载试验工况下,DSI 装置的荷载-位移滞回曲线具有典型的非对称性特征,加载频率对其力学特性影响较小,动荷载幅值和加载预压位移的大小对其力学特性影响较大.随着动荷载幅值的增加,DSI 装置的荷载-位移滞回曲线饱满度逐渐减小,因加、卸载刚度不同呈明显不对称性形状;随着加载预压位移的增大,DSI 装置的荷载-位移滞回曲线趋于饱满,其耗能能力逐渐增强.OO 恢复力模型能够有效模拟 DSI 装置的力学行为,利用 OO 恢复力模型计算的 DSI 装置的等效刚度及等效阻尼与试验结果的误差在 8% 之内.

**关键词:** 碟形弹簧; 竖向隔震; 原点指向恢复力模型; 等效刚度; 等效阻尼

**中图分类号:** TU352.12 **文献标志码:** A **文章编号:** 0367-6234(2019)06-0178-07

## Hysteretic model of disc spring isolation bearings and its experimental verification

WANG Wei<sup>1,2</sup>, LI Aiqun<sup>2,3</sup>, WANG Xingxing<sup>1</sup>, GAO Shangxin<sup>1</sup>

(1. School of Architecture and Civil Engineering, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212000, Jiangsu, China;  
2. School of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China; 3. Beijing Advanced Innovation  
Center for Future Urban Design, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 100044, China)

**Abstract:** To study the hysteretic model of disc spring isolation (DSI) bearings, the mechanical property and deformation performance of DSI bearings were investigated, and the Origin-oriented (OO) hysteretic model of DSI bearings was proposed. The mechanical performance of a typical DSI bearing under reversed loadings was studied, and the OO hysteretic curves of the DSI bearing were investigated, whose results were used to verify the OO hysteretic model of the DSI bearings. The results indicate that the OO hysteretic model of the DSI bearings had the characteristic of asymmetry, and the friction forces had significant influence on the OO hysteretic force characteristic. The tested load-displacement hysteretic curves of the DSI bearing had the characteristic of asymmetry under reversed loadings. The loading frequency had little influence on the mechanical property of the DSI bearings, while the loading amplitude and vertical load had great influence on that of the DSI bearings. As the dynamic load amplitude increased, fullness of the load-displacement hysteresis curves of Model E gradually decreased, and the asymmetry of the curves gradually increased. As the preloading displacement increased, the load-displacement hysteresis curves of Model E tended to be full, indicating that its energy dissipation capacity gradually increased. Moreover, the OO hysteretic model can simulate the mechanical performance of the DSI bearings effectively, and the errors between the simulated results and the experimental results were within 8%.

**Keywords:** disc spring; vertical isolation; origin-oriented hysteretic model; equivalent stiffness; equivalent damping ratio

组合碟形弹簧(简称“碟簧”)具有构造简单、刚度可控、有摩擦耗能能力等优点,因此组合碟簧常用于建筑结构的竖向隔震装置<sup>[1-2]</sup>. 组合碟簧竖向隔

震装置(DSI 装置)的典型构造见图 1,该装置由上连接板、组合碟簧、导向柱和下连接板组成.

DSI 装置的刚度特性及阻尼特性是影响其隔震性能的重要参数. 文献[3-4]对 DSI 装置的阻尼特性进行试验研究,研究表明叠合碟簧可增加 DSI 装置的阻尼耗能能力,加载速率对 DSI 装置的阻尼特性影响不大. 文献[5-6]对 DSI 装置进行静态及动态试验,研究表明 DSI 装置的阻尼耗能能力与碟簧

收稿日期: 2018-06-06

基金项目: 国家重点研发计划(2017YFC07036);  
国家自然科学基金(51708257, 51708258)

作者简介: 王 维(1985—),男,博士,讲师;  
李爱群(1962—),男,教授,博士生导师

通信作者: 李爱群, aiquanli@seu.edu.cn

的组合片数、叠合方式和预压位移有关. 文献[7-8]利用数值模拟方法研究了 DSI 装置的力学性能, 研究表明, 静力单调加载工况下, 设置 B 系列碟簧 DSI 装置的荷载-位移曲线未呈明显的二次曲线变化趋势, 可将其刚度假定为定值进行考虑. 文献[9]对 DSI 装置的受力性能进行静力和动力往复加载性能试验研究, 研究表明, DSI 装置的荷载-位移滞回曲线具有典型的不对称性特征, DSI 装置的加载刚度明显大于其卸载刚度.

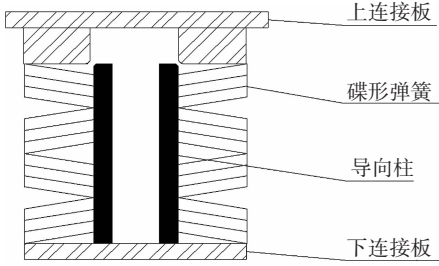


图1 DSI装置

Fig. 1 DSI device

目前,关于 DSI 装置力学性能的研究已有一定基础,但 DSI 装置的恢复力模型通常采用线性模型<sup>[10-11]</sup>、双线性模型<sup>[12-13]</sup>等对称性恢复力模型,这与 DSI 装置实际受力状态中的非对称性荷载-位移滞回关系存在显著区别,因此有必要建立 DSI 装置的非对称恢复力模型,以便更准确地分析其力学特性,从而对其等效刚度及等效阻尼比进行有效评价. 为了研究 DSI 装置的非对称恢复力模型,本文首先对 DSI 装置的受力机理进行分析,在此基础上建立 DSI 装置的非对称恢复力模型-原点指向恢复力模型(OO 恢复力模型). 最后,对典型 DSI 装置进行力学性能试验,并利用试验结果对 OO 恢复力模型的有效性进行验证.

## 1 DSI 装置的受力机理分析

### 1.1 单片碟簧的力学性能

单片碟簧承受的荷载  $F_s$  与位移  $f$  关系可表述为<sup>[14]</sup>

$$F_s = \frac{4E}{1-\mu^2} \frac{t^4}{M_1 D^2} \frac{f}{t} \left[ \left( \frac{h_0}{t} - \frac{f}{t} \right) \left( \frac{h_0}{t} - 0.5 \frac{f}{t} \right) + 1 \right], \quad (1)$$

$$F_c = \frac{4E}{1-\mu^2} \frac{h_0 t^3}{M_1 D^2}. \quad (2)$$

式中:  $E$ 、 $\mu$  分别为碟簧材料的弹性模量及泊松比;  $t$ 、 $h_0$  分别为碟簧的厚度及压缩行程; 当碟簧的变形为  $f = h_0$  时, 碟簧的承载力  $F_c$  可用式(2) 表示;  $M_1$  与碟簧外径  $D$ 、内径  $d$  之比  $c = D/d$  相关, 其表达式为

$$M_1 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{c-1}{c} \right)^2 \left/ \left( \frac{c+1}{c-1} - \frac{2}{\ln c} \right) \right., \quad (3)$$

由式(1)~(3)可确定单片碟簧荷载与位移的关系.

### 1.2 DSI 装置的受力机理

DSI 装置的摩擦耗能来源为 4 个部分(图 2): 1) 结构内部材料的变形及摩擦; 2) 碟簧与上、下连接板之间的摩擦; 3) 碟簧与导向柱之间的摩擦; 4) 相邻碟簧片之间的摩擦. 由于在 DSI 装置中, 碟簧与导向柱之间的摩擦一般较小, 因此, 在本文计算分析过程中, 忽略了碟簧与导向柱之间的摩擦.

DSI 装置阻尼力由两部分构成: 1) 黏性阻尼力, 大小与加载速率成正比, 方向与加载方向相反, 该部分黏性阻尼力考虑了结构内部材料的变形及摩擦, 因此在库仑阻尼力中不重复考虑; 2) 库仑阻尼力, 主要由碟簧锥面间摩擦及碟簧与上、下连接板之间的摩擦形成, 方向与加载方向相反.

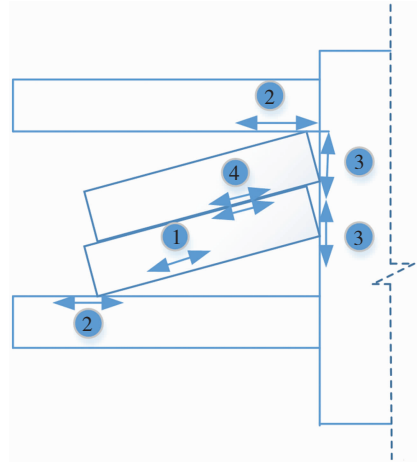


图2 DSI装置的摩擦力示意

Fig. 2 Friction forces in DSI device

### 1.3 DSI 装置的受力性能

加载时摩擦力使 DSI 装置负荷增大, 卸载时摩擦力使 DSI 装置负荷减小. 加载工况下, 考虑摩擦力影响时的 DSI 装置的荷载  $F_{Rj}$  与单片碟簧的荷载  $F_s$  之间的关系表达式为<sup>[12]</sup>

$$F_{Rj} = F_s \frac{n}{1 - f_m(n-1) - f_r}, \quad (4)$$

卸载工况下, 考虑摩擦力影响时的 DSI 装置的荷载  $F_{Rx}$  与单片碟簧的荷载  $F_s$  之间的关系表达式为<sup>[12]</sup>

$$F_{Rx} = F_s \frac{n}{1 + f_m(n-1) + f_r}, \quad (5)$$

式中:  $f_m$  为碟簧锥面间的摩擦系数,  $f_r$  为碟簧承载边缘处的摩擦系数,  $n$  为 DSI 装置中碟簧组的叠合数.

## 2 DSI 装置的恢复力模型

### 2.1 基本假定

1) DSI 装置在预压荷载(结构重力)作用下, 达到静平衡状态后的加载刚度和卸载刚度近似呈线性变化, 因此 OO 恢复力模型仅适用于 A 系列和 B 系列碟簧组成的 DSI 装置<sup>[15]</sup>.

2) 忽略 DSI 装置中碟簧与中心导向柱之间的摩擦。

3) DSI 装置中碟簧的横截面不发生扭曲, 且沿着某中心点进行旋转。

4) DSI 装置中碟簧的径向应力及应变均很小, 可忽略。

## 2.2 原点指向恢复力模型

基于 DSI 装置的受力特性, 提出图 3 所示原点指向恢复力模型。由于该恢复力模型中加载刚度和卸载刚度均指向原点, 因此称其为原点指向恢复力模型(OO 恢复力模型)。\$k\_1\$ 为加载刚度, \$k\_2\$ 是下降段刚度, \$k\_3\$ 是卸载刚度。随着荷载作用的过程, 曲线沿 \$O\$、\$A\$、\$B\$、\$C\$、\$D\$、\$\dots\$ 顺序前进。此模型需要 3 个参数 \$k\_1\$、\$k\_2\$ 和 \$k\_3\$ 才能确定。

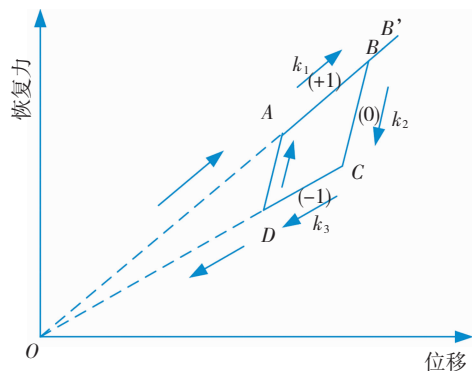


图 3 原点指向恢复力模型

Fig. 3 OO hysteretic model

加载刚度 \$k\_1\$: 令式(4)中 DSI 装置的荷载 \$F\_{Rj}\$ 等于预压荷载 \$F\_{Gj}\$, 即 \$F\_{Rj} = F\_{Gj}\$, 则 \$F\_{Gj}\$ 作用下(加载工况)单片碟簧的荷载 \$F\_{sj}\$ 可表示为

$$F_{sj} = F_{Gj} \frac{1 - f_m(n-1) - f_R}{n} \quad (6)$$

然后利用式(1)中单片碟簧的荷载 \$F\_{sj}\$ 与其位移的关系计算出对应的位移 \$f\_{Gj}\$。利用式(7)即可算得 DSI 装置的加载刚度 \$k\_1\$:

$$k_1 = F_{Gj} / (mf_{Gj}), \quad (7)$$

式中 \$m\$ 为 DSI 装置中碟簧组的对合数。

卸载刚度 \$k\_3\$: 令式(5)中 DSI 装置的荷载 \$F\_{Rx}\$ 等于预压荷载 \$F\_{Gx}\$, 即 \$F\_{Rx} = F\_{Gx}\$, 则 \$F\_{Gx}\$ 作用下(卸载工况)单片碟簧的荷载 \$F\_{sx}\$ 可表示为

$$F_{sx} = F_{Gx} \frac{1 + f_m(n-1) + f_R}{n} \quad (8)$$

然后利用式(1)中单片碟簧的荷载 \$F\_{sj}\$ 与其位移的关系计算出对应的位移 \$f\_{Gx}\$。利用式(9)即可算得 DSI 装置的卸载刚度 \$k\_3\$:

$$k_3 = F_{Gx} / (mf_{Gx}). \quad (9)$$

加载工况下 DSI 装置中的摩擦力大小为

$$F_{fj} = F_{Rj}(f_m(n-1) + f_R), \quad (10)$$

卸载工况下 DSI 装置中的摩擦力大小为

$$F_{fx} = F_{Rx}(f_m(n-1) + f_R). \quad (11)$$

在下降段中, 从 \$B\$ 点到 \$C\$ 点过程中, DSI 装置中的摩擦力完全反向, 下降段 \$BC\$ 间的位移 \$l\_{xj}\$ 近似取为

$$l_{xj} = (f_{Gj} - f_{Gx})m. \quad (12)$$

结合图 3 中 DSI 的恢复力与位移的关系, 下降段刚度 \$k\_2\$ 可表示为

$$k_2 = (k_1 f_{Gj} - k_3 f_{Gx})m / l_{xj}. \quad (13)$$

## 2.3 OO 恢复力模型的状态判别条件和恢复力计算公式

OO 恢复力模型要解决的问题是要判别 DSI 装置所处的变形状态, 继而写出其恢复力的表达式。

### 2.3.1 状态判别条件

OO 恢复力模型由三类直线组成(图 4): 上缓线(如 \$OA\$ 段、\$AB\$ 段); 陡线(如 \$DA\$ 段、\$BC\$ 段); 下缓线(如 \$CD\$ 段、\$DO\$ 段)。设用 PD 表示状态判定数, 并规定: 上缓线, PD = +1; 陡线, PD = 0; 下缓线, PD = -1。状态判定数在图 3 中圆括号内进行表示。

### 2.3.2 恢复力计算公式

记某一段陡线顶点的水平坐标为 \$x\_t\$, 陡线底点的水平坐标为 \$x\_b\$。下面按加载顺序写出状态条件及相应的恢复力表达式:

$$\begin{aligned} O \rightarrow A, \text{PD} = +1, \dot{x} > 0, P &= k_1 x; \\ A \rightarrow B, \text{PD} = +1, \dot{x} > 0, P &= k_1 x; \\ B \rightarrow C, \text{PD} = 0, \dot{x} < 0, P &= k_1 x_{t-B} - k_2(x - x_{b-C}); \\ C \rightarrow D, \text{PD} = -1, \dot{x} < 0, P &= k_3 x; \\ D \rightarrow A, \text{PD} = 0, \dot{x} > 0, P &= k_3 x + k_2(x - x_{b-D}); \\ A \rightarrow B', \text{PD} = +1, \dot{x} > 0, P &= k_1 x; \\ \dots \end{aligned} \quad (14)$$

式中: \$x\$ 为 DSI 装置的位移, \$x\_{t-B}\$、\$x\_{b-C}\$ 分别为陡线 \$BC\$ 的顶点及底点坐标, \$x\_{b-D}\$ 为陡线 \$AD\$ 的底点坐标。

### 2.3.3 符号规定

1) 正向加载时, 速度 \$\dot{x} > 0\$, 反向加载时, 速度 \$\dot{x} < 0\$;

2) 当 \$x\$ 在陡线 \$DA\$ 上时, \$x\$ 应满足下式

$$|x_{t-A} - x| < |x_{t-A} - x_{b-D}|, \quad (15)$$

当 \$x\$ 在陡线 \$BC\$ 上时, \$x\$ 应满足下式

$$|x_{t-B} - x| < |x_{t-B} - x_{b-C}|. \quad (16)$$

3) 当 \$x\$ 从陡线 \$DA\$ 过渡到缓线 \$AB\$ 时, 速度 \$\dot{x}\$ 不变号; 但 \$x\$ 应满足下式

$$|x_{t-A} - x| \geq |x_{t-A} - x_{b-D}|, \quad (17)$$

当 \$x\$ 从陡线 \$BC\$ 过渡到缓线 \$CD\$ 时, 速度 \$\dot{x}\$ 不变号; 但 \$x\$ 应满足下式

$$|x_{t-B} - x| \geq |x_{t-B} - x_{b-C}|. \quad (18)$$

4) 从缓线向陡线过渡时, 速度 \$\dot{x}\$ 变号。

综合以上规律, 可把用于恢复力计算的状态判别条件和符号规定写成图 4 所示流程图。

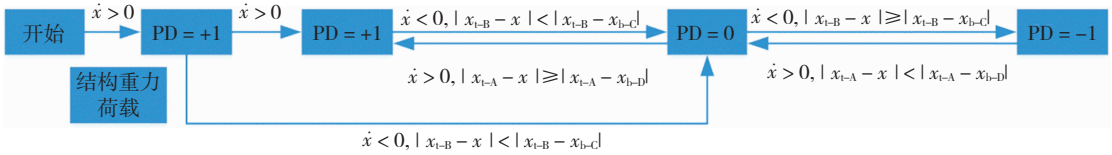


图 4 OO 恢复力模型的计算流程图

Fig. 4 Flow chart of OO hysteretic model

2.3.4 基于 OO 恢复力模型的 DSI 装置动力分析

DSI 装置的动力微分方程为:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + P = F_w, \tag{19}$$

式中: $m$  为 DSI 装置所承受预压荷载相对应的质量,即 DSI 装置所承受上部建筑物的质量; $P$  为 DSI 装置的恢复力; $F_w$  为外荷载; $c$  为 DSI 装置的等效黏滞阻尼系数,其表达式为

$$c = 2\zeta \sqrt{mk_1}, \tag{20}$$

式中  $\zeta$  为 DSI 装置中碟簧材料的阻尼比.

DSI 装置的动力分析具体分为以下步骤:

1)用数值积分方法求解 DSI 装置的动力微分方程(19),可求出第  $i$  步的位移  $x(i)$  和速度  $\dot{x}(i)$ ;并计算出该步计算过程中,陡线的顶点水平坐标  $x_i(i)$  及底点水平坐标  $x_b(i)$ .

2)基于步骤 1)的计算结果,可按图 4 所示关系判断下一步积分的状态判定数 PD.

3)用式(14)求出第  $i + 1$  步数值分析时 DSI 装置的恢复力  $P(i + 1)$ .

4)将第 3)步的恢复力  $P(i + 1)$  的计算结果和外荷载  $F_w(i + 1)$  带入式(19),即可用数值积分方法计算出第  $i + 1$  步时 DSI 装置的位移  $x(i + 1)$  和速度  $\dot{x}(i + 1)$ .

循环计算步骤 1)~4),即可完成 DSI 装置的动力响应计算.

3 试验方案

3.1 试验模型

为了验证 DSI 装置的 OO 恢复力模型的有效性,对图 5 所示的 DSI 装置试验模型(模型 E)进行往复加载试验.模型 E 由 12 片碟簧组成,采取 3 片叠合,4 组对合的组合方式.试验用碟簧参数见表 1.

表 1 碟簧参数  
Tab. 1 Design parameters of disc spring mm

| $D$ | $d$ | $t$ | $h_0$ | $H_0$ |
|-----|-----|-----|-------|-------|
| 200 | 102 | 8   | 7     | 15    |

注: $D$ 、 $d$  分别为碟簧外径及内径, $H_0$  为碟簧的高度, $t$  和  $h_0$  的含义同式(2).



图 5 DSI 装置实物图

Fig. 5 Experimental model of DSI device

3.2 试验内容

采用 MTS 电液伺服系统进行模型试验加载,采用计算机采集试验模型的竖向荷载和位移值.对模型 E 进行不同加载预压位移作用下的往复加载试验,每个工况进行 5 个往复位移加载.记录不同的加载预压位移、加载频率和动荷载幅值工况下模型 E 的荷载-位移滞回曲线.加载预压位移  $d_y$  分别取 6、10 和 14 mm,加载频率  $f$  分别取 0.1、0.2、0.5 和 1 Hz,动荷载幅值  $d_a$  分别取 0.5、1、2 和 4 mm.加载工况及编号见表 2.

表 2 试验工况  
Tab. 2 Test cases

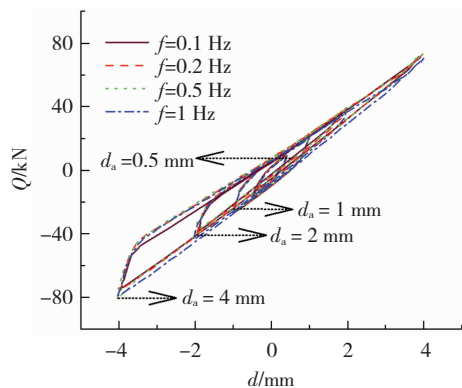
| 工况编号  | $d_y/\text{mm}$ | $d_a/\text{mm}$ | $f/\text{Hz}$ |
|-------|-----------------|-----------------|---------------|
| 1-4   | 6               | 0.5             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 5-8   | 6               | 1.0             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 9-12  | 6               | 2.0             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 13-16 | 6               | 4.0             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 17-20 | 10              | 0.5             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 21-24 | 10              | 1.0             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 25-28 | 10              | 2.0             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 29-32 | 10              | 4.0             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 33-36 | 14              | 0.5             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 37-40 | 14              | 1.0             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 41-44 | 14              | 2.0             | 0.1,0.2,0.5,1 |
| 45-48 | 14              | 4.0             | 0.1,0.2,0.5,1 |

注: $d_y$  为加载预压位移, $d_a$  为动荷载幅值, $f$  为加载频率.

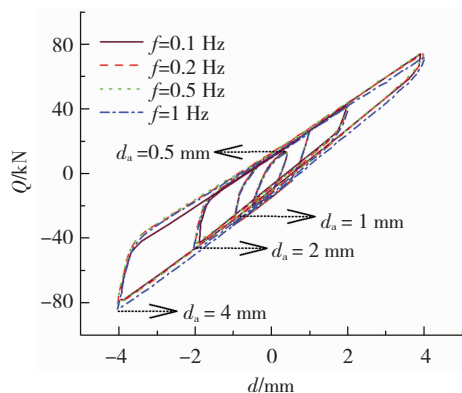
## 4 试验结果分析

### 4.1 动荷载试验结果分析

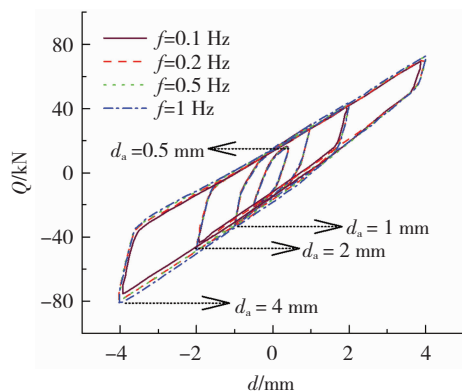
以加载预压位移作用下模型 E 的位置为坐标零点,定义其相对应的荷载值为零. 各种工况下,模型 E 的典型荷载-位移( $Q-d$ )滞回曲线见图 6.



(a) 加载预压位移  $d_y=6$  mm



(b) 加载预压位移  $d_y=10$  mm



(c) 加载预压位移  $d_y=14$  mm

图 6 模型 E 碟簧的荷载-位移曲线

Fig. 6 Load-displacement curves for Model E

1) 由于加载刚度及卸载刚度的不同,模型 E 的荷载-位移滞回曲线呈明显不对称性形状. 模型 E 的阻尼力主要来自于碟簧片间及碟簧与上、下连接板间的摩擦力,而摩擦力的大小与压力有关,加载时碟簧的压力逐渐增大,使得摩擦阻尼力逐渐增大,荷载-位移滞回曲线趋于饱满;卸载时,随着碟簧的竖

向压缩变形量的减小,其变形能减小,同时碟簧间及碟簧与上、下连接板间产生的摩擦阻尼也减小,使得荷载-位移滞回曲线趋于细长,饱满度逐渐减小,从而导致模型 E 的荷载-位移滞回曲线具有明显的不对称性.

2) 随着动荷载幅值的增加,模型 E 荷载-位移滞回曲线的饱满度逐渐减小,不对称性逐渐增强.

3) 加载频率的变化对模型 E 的荷载-位移滞回曲线影响较小. 由 2.2 节的分析可知,模型 E 的阻尼力包括库仑阻尼力和黏性阻尼力. 黏性阻尼力的大小与加载速率成正相关关系,加载速率对库仑阻尼力的影响较小,由于模型 E 的荷载-位移滞回曲线受加载频率的影响较小,因此模型 E 的库仑阻尼力占主要部分,黏性阻尼力所占比重较小.

4) 随着加载预压位移的增加,模型 E 的荷载-位移滞回曲线趋于饱满,表明其耗能能力逐渐增强. 随着加载预压位移的增大,DSI 装置中碟簧的竖向变形和竖向荷载逐渐增大,其相应的库仑摩擦耗能和变形能也逐渐越大,从而导致 DSI 装置的荷载-位移滞回曲线随着加载预压位移的增加趋于饱满.

### 4.2 试验结果与简化模型模拟结果的对比分析

以第 3 节中 OO 恢复力模型的理论分析为基础,利用 MATLAB 软件编写 DSI 装置的动力分析计算程序,数值积分采用 Wilson- $\theta$  法. 利用该程序对模型 E 的力学行为进行模拟. 碟簧锥面间的摩擦系数  $f_M$  取为 0.016;碟簧承载边缘处的摩擦系数  $f_R$  取为 0.03;碟簧材料的阻尼比  $\zeta$  取 0.02. 式(19)各参数的取值为:加载预压位移  $d_y$  为 6、10 和 14 mm 时,所对应的上部建筑物质量  $m$  分别为 11 177、19 374 和 26 834 kg;等效黏滞阻尼系数  $c$  分别为 18 250、24 510 和 28 690 ( $N \cdot s$ )/m; $P$  为 DSI 装置的恢复力,由式(14)计算; $F_w$  为外荷载,为力传感器所采集的荷载时程. 图 7 为动荷载作用下模型 E 荷载-位移滞回曲线试验结果和简化模型模拟结果的比较,限于篇幅仅列出工况 10、16、17 和工况 37 的计算结果. 由图 8 可知,在动荷载工况下,模型 E 荷载-位移滞回曲线的模拟值与试验值具有相似的曲线特征,简化模型模拟的结果与试验结果吻合较好. 但在动荷载幅值较大的情况下,简化模型的分析结果与试验结果之间存在一定的差异,这些差异主要来自于基本假定对简化模型分析结果的影响:1) 简化模型分析过程中假定模型 E 的加载刚度和卸载刚度近似呈线性变化,而模型 E 的实际加载刚度和卸载刚度均呈曲线变化;2) 简化模型分析过程中忽略了碟簧组与导向柱之间的摩擦;3) 不同加载频率工况下,模型的荷载-位移滞回曲线略有不同,但简化模

型分析过程中并没有考虑加载频率对其分析结果的影响.

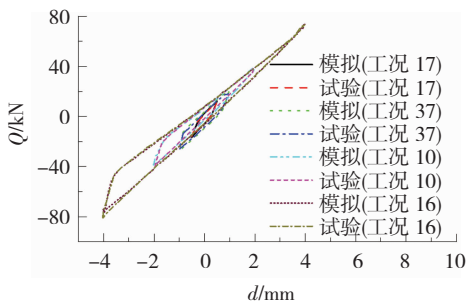


图 7 动荷载作用下模拟值和试验值比较

Fig. 7 Comparison of experimental results and simulation results under dynamic loadings

模型 E 的等效刚度  $K_v$  为

$$K_v = \frac{Q_1 - Q_2}{d_1 - d_2}, \tag{21}$$

式中:  $d_1$  为加载方向最大位移,  $d_2$  为卸载方向最大位移,  $Q_1$  为与  $d_1$  相对应的荷载值,  $Q_2$  为与  $d_2$  相对应的荷载值.

模型 E 的等效阻尼比  $\zeta_v$  为

$$\zeta_v = \frac{\omega_D}{4\pi\omega_s}, \tag{22}$$

式中:  $\omega_D$  为模型 E 实际荷载 - 位移滞回曲线的面积,  $\omega_s$  为模型 E 的弹性应变能.

由于加载频率对模型荷载 - 位移滞回曲线的影响较小, 因此加载频率对模型 E 等效刚度和等效阻尼比的影响较小. 限于篇幅, 本文仅给出加载频率为 0.2 Hz 时, 模型 E 的等效刚度和等效阻尼比的计算结果. 表 3 为模型 E 等效刚度与等效阻尼比的简化模型分析结果与试验结果的比较, 由表 3 可知:

- 1) 模型 E 等效刚度及等效阻尼比的简化模型分析结果与试验结果比较接近, 两者误差在 8% 以内.
- 2) 随着加载预压位移的增大, 模型 E 中的库仑摩擦力逐渐增大, 进而导致模型 E 等效刚度的模拟值和试验值均逐渐增大.
- 3) 随着加载预压位移的增大, 模拟与试验所得模型 E 荷载 - 位移滞回曲线的饱满度均逐渐增大, 进而使得模型 E 等效阻尼比的模拟值和试验值均逐渐增大.
- 4) 随着动荷载幅值的增大, 模拟与试验所得模型 E 荷载 - 位移滞回曲线的饱满度均逐渐减小, 不对称性均逐渐增大, 进而导致模型 E 等效刚度与等效阻尼比的模拟值和试验值均逐渐减小.

表 3 等效刚度  $K_v$  与等效阻尼比  $\zeta_v$

Tab. 3 Equivalent stiffness  $K_v$  and equivalent damping ratio  $\zeta_v$

| $d_a/\text{mm}$ | $d_y = 6 \text{ mm}$ |       |          |              |       |          | $d_y = 10 \text{ mm}$ |       |          |              |       |          | $d_y = 14 \text{ mm}$ |       |          |              |       |          |
|-----------------|----------------------|-------|----------|--------------|-------|----------|-----------------------|-------|----------|--------------|-------|----------|-----------------------|-------|----------|--------------|-------|----------|
|                 | $K_v/(kN/mm)$        |       |          | $\zeta_v/\%$ |       |          | $K_v/(kN/mm)$         |       |          | $\zeta_v/\%$ |       |          | $K_v/(kN/mm)$         |       |          | $\zeta_v/\%$ |       |          |
|                 | 试验                   | 模拟    | 误差/<br>% | 试验           | 模拟    | 误差/<br>% | 试验                    | 模拟    | 误差/<br>% | 试验           | 模拟    | 误差/<br>% | 试验                    | 模拟    | 误差/<br>% | 试验           | 模拟    | 误差/<br>% |
| 0.5             | 32.77                | 31.17 | -4.88    | 23.68        | 23.71 | 0.13     | 38.34                 | 38.75 | 1.07     | 19.29        | 19.64 | 1.81     | 42.43                 | 44.76 | 5.49     | 16.70        | 17.19 | 2.93     |
| 1               | 28.45                | 29.47 | 3.59     | 20.85        | 20.94 | 0.43     | 30.76                 | 30.63 | -0.42    | 16.25        | 16.92 | 4.15     | 32.23                 | 32.68 | 1.40     | 11.61        | 11.76 | 1.29     |
| 2               | 23.87                | 24.37 | 2.09     | 17.19        | 17.56 | 2.15     | 24.51                 | 25.53 | 4.16     | 13.72        | 14.12 | 2.95     | 25.05                 | 25.99 | 3.75     | 9.34         | 9.54  | 2.14     |
| 4               | 19.22                | 19.27 | 0.26     | 15.32        | 14.25 | -6.98    | 20.25                 | 21.42 | 5.78     | 11.38        | 11.11 | -2.37    | 21.85                 | 22.46 | 2.79     | 6.46         | 6.92  | 7.12     |

注:  $d_y$  和  $d_a$  的含义同表 2.

## 5 结 论

- 1) OO 恢复力模型具有典型的非对称性特征, 摩擦力对其恢复力特性影响较大.
- 2) OO 恢复力模型能够有效对 DSI 装置的力学行为进行模拟. 竖向往复荷载作用下, DSI 装置模拟与试验的荷载 - 位移滞回曲线特征相似, 等效刚度及等效阻尼比的模拟计算值与试验值相近.
- 3) 在竖向往复荷载作用下, 随着动荷载幅值的增加, DSI 装置的荷载 - 位移滞回曲线饱满度逐渐减小, 因加、卸载刚度不同呈明显不对称性形状; 随着加载预压位移的增加, DSI 装置的荷载 - 位移滞回曲线趋于饱满, 表明其耗能能力随着加载预压位移的增大逐渐增强.

## 参考文献

[1] ZHENG Enlai, JIA Fang, ZHOU Xinlong. Energy-based method for nonlinear characteristics analysis of Belleville springs[J]. Thin-Walled Structures, 2014, 79(2): 52. DOI: 10.1016/j.tws.2014.01.025

[2] 张玉敏, 苏幼坡, 梁军, 等. 碟形弹簧竖向减震装置的研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2008, 37(12): 1678

ZHANG Yumin, SU Youpo, LIANG Jun, et al. A study on vertical seismic isolation system by disc spring[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2008, 37(12): 1678

[3] JIA Fang, XU Fengyu. Combined vibration isolator of disc springs for closed high-speed precision press: Design and experiments[J]. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2014, 38(4): 465. DOI: 10.1139/txsme-2014-0031

[4] JIA Fang, ZHANG Fancheng. Mechanical properties of disc-spring

- vibration isolators based on boundary friction [J]. Journal of Southeast University (English Edition), 2014, 30(1): 39. DOI: 10.3969/j.issn.1003-7985.2014.01.008
- [5] OZAKI S, TSUDA K, TOMINAGA J. Analyses of static and dynamic behavior of coned disc springs: Effects of friction boundaries[J]. Thin-Walled Structures, 2012, 59(4):132. DOI: 10.1016/j.tws.2012.06.001
- [6] CURTI G, MONTANINI R. On the influence of friction in the calculation of conical disc springs [J]. Journal of Mechanical Design, 1999, 121(4):217. DOI: 10.1115/1.2829508
- [7] PEDERSEN N L, PEDERSEN P. Stiffness and design for strength of trapezoidal Belleville springs[J]. Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 2011, 46(8): 825. DOI: 10.1177/0309324711414337
- [8] KARAKAYA S. Investigation of hybrid and different cross-section composite disc springs using finite element method [J]. Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, 2012, 36(4):399. DOI: 10.1139/tcsme-2012-0028
- [9] 邢信慧,黄河,张家云,等. 碟形弹簧力学性能研究[J]. 振动与冲击,2015, 34(22):167  
XING Jihui, HUANG He, ZHANG Jiayun, et al. Mechanical properties of disc springs[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(22):167. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2015.22.029
- [10] 王维,李爱群,周德恒,等. 新型三维多功能隔振支座设计及其隔振分析[J]. 东南大学学报(自然科学版),2014,44(4):787  
WANG Wei, LI Aiqun, ZHOU Deheng, et al. Design of novel three dimension multifunctional isolation bearing and its isolation behavior analysis [J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2014, 44(4):787. DOI: 10.3969/j.issn.1001-0505.2014.04.019
- [11] 赵亚敏,苏经宇,周锡元,等. 碟形弹簧竖向隔震结构振动台试验及数值模拟研究[J]. 建筑结构学报,2008,29(6):99  
ZHAO Yamin, SU Jingyu, ZHOU Xiyuan, et al. Shaking table test and numerical analysis of vertical-isolated building model with combined disc spring bearing[J]. Journal of Building Structures, 2008, 29(6): 99. DOI:10.3321/j.issn:1000-6869.2008.06.014
- [12] XU Longhe, FAN Xiaowei, LI Zhongxian. Cyclic behavior and failure mechanism of self-centering energy dissipation braces with pre-pressed combination disc springs[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2017, 46: 1065. DOI: 10.1002/eqe.2844
- [13] XU Longhe, FAN Xiaowei, LI Zhongxian. Development and experimental verification of a pre-pressed spring self-centering energy dissipation brace[J]. Engineering Structures, 2016, 127: 49. DOI: 10.1016/j.engstruct.2016.08.043
- [14] 碟形弹簧;GB/T 1972—2005[S]. 北京: 中国标准出版社,2005  
Disc spring;GB/T 1972—2005[S]. Beijing: Standards Press of China, 2005
- [15] Dimensions and quality of conical disc springs; DIN 2093:2013 [S]. Berlin;German Institute for Standardization, 2013
- (编辑 赵丽莹)
- 
- (上接第 177 页)
- [14] 孙晓强,陈龙,汪少华,等. 滚珠丝杠式惯容器非线性建模与参数辨识[J]. 振动、测试与诊断,2016, 36(2): 329  
SUN Xiaoqiang, CHEN Long, WANG Shaohua, et al. Nonlinear modeling and parameters identification of ball-screw inerter [J]. Journal of Vibration Measurement and Diagnosis, 2016, 36(2): 329
- [15] 陈龙,张孝良,聂佳梅,等. 基于半车模型的两级串联型 ISD 悬架性能分析[J]. 机械工程学报,2012,48(6): 102  
CHEN Long, ZHANG Xiaoliang, NIE Jiamei, et al. Performance analysis of two-stage series-connected inerter-spring-damper suspension based on half-car model [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2012, 48(6): 102
- [16] 陈龙,任皓,汪若尘,等. 液力式惯容器力学性能仿真与试验研究[J]. 振动与冲击, 2014, 33(12): 87  
CHEN Long, REN Hao, WANG Ruochen, et al. Simulations and tests for mechanical properties of a hydraulic inerter[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(12): 87
- [17] IKAGO K, SAITO K, INOUE N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2012, 41(3): 453. DOI: 10.1002/eqe.1138
- [18] 罗浩,张瑞甫,翁大根,等. 一种旋转黏滞质量阻尼器对结构响应的控制研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2016, 36(2): 295  
LUO Hao, ZHANG Ruifu, WENG Dagen, et al. Study of a series viscous mass damper in the control of structural response[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2016, 36(2): 295
- [19] NAKAMURA Y, FUKUKITA A, TAMURA K, et al. Seismic response control using electromagnetic inertial mass dampers [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2014, 43(4): 507. DOI: 10.1002/eqe.2355
- [20] 黄智文. 电涡流阻尼器理论研究及其在桥梁竖向涡振控制中的应用[D]. 长沙: 湖南大学, 2016  
HUANG Zhiwen. Theoretical study of eddy current damper and its application in vertical vortex induced vibration control of bridges [D]. Changsha: Hunan University, 2016
- [21] 阎武通,韩冰,文永奎. 新型调谐黏滞质量阻尼器对斜拉桥的减震控制分析[J]. 土木工程学报, 2016, 49(增刊1): 66  
YAN Wutong, HAN Bing, WEN Yongkui. Seismic control analysis of cable-stayed bridge based on tuned viscous mass damper [J]. China Civil Engineering Journal, 2016, 49(S1): 66
- [22] 孙洪鑫,罗一帆,王修勇,等. 电磁调谐双质阻尼器的参数优化及对结构减震分析[J]. 沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2018, 34(3): 410  
SUN Hongxin, LUO Yifan, WANG Xiuyong, et al. Parametric optimization and vibration control of electromagnetic tuned mass-inerter dampers for the structures [J]. Journal of Shenyang Jianzhu University (Natural Science), 2018, 34(3): 410
- (编辑 赵丽莹)